Fonctions

1. Image, antécédent

Propriété

Pour tout x du domaine de définition de la fonction f, il existe une et une seule image.

Définition

a est un antécédent de la fonction f ssi il existe un y tel que $f(a) = y$.

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1$.

1. Donner l'image de 3 par la fonction f.
2. Donner les antécédents de 3 par la fonction f.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

1. Donner l'image de 3 par la fonction f.
2. Donner les antécédents de 4 par la fonction f.
3. Donner les antécédents de 0 par la fonction f.
4. Donner les antécédents de -4 par la fonction f.

Solution de l'exercice 1

1) 7
2) 1

Solution de l'exercice 2

1) 9
2) -2 et 2
3) 0
4) -4 n'a pas d'antécédent

2. Variation d'une fonction $\boldsymbol{f}$

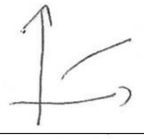
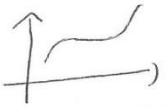
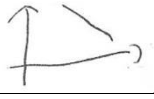
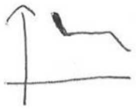
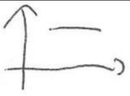
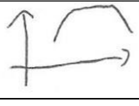
Définition

Si $\begin{cases} f : \mathcal{D}_f \longrightarrow \mathbb{R} \\ E \subseteq \mathcal{D}_f \subseteq \mathbb{R} \end{cases}$ alors :

f est strictement croissante sur E ssi $\forall a \in E, \forall b \in E, \; a < b \Longrightarrow f(a) < f(b)$
f est croissante sur E ssi $\forall a \in E, \forall b \in E, \; a < b \Longrightarrow f(a) \leq f(b)$
f est strictement décroissante sur E ssi $\forall a \in E, \forall b \in E, \; a < b \Longrightarrow f(a) > f(b)$
f est décroissante sur E ssi $\forall a \in E, \forall b \in E, \; a < b \Longrightarrow f(a) \geq f(b)$
f est constante sur E ssi $\forall a \in E, \forall b \in E, \; a < b \Longrightarrow f(a) = f(b)$.

Exercice 3

Compléter le tableau avec les symboles O et N. O signifiant « oui » et N signifiant « non ». Chaque fonction est représentée sur l'ensemble E.

	La fonction est strictement croissante sur E.	La fonction est croissante sur E.	La fonction est strictement décroissante sur E.	La fonction est décroissante sur E.	La fonction est constante sur E.	La fonction n'est ni croissante ni décroissante sur E.
						
						
						
						
						
						

Exercice 4 (facultatif)

a) Prouvez que le fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1$, est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
b) Prouvez que le fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 2$, est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
c) Prouvez que le fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3$, est constante sur $\mathbb{R}$.

3. Minimum et maximum, majorants et minorants

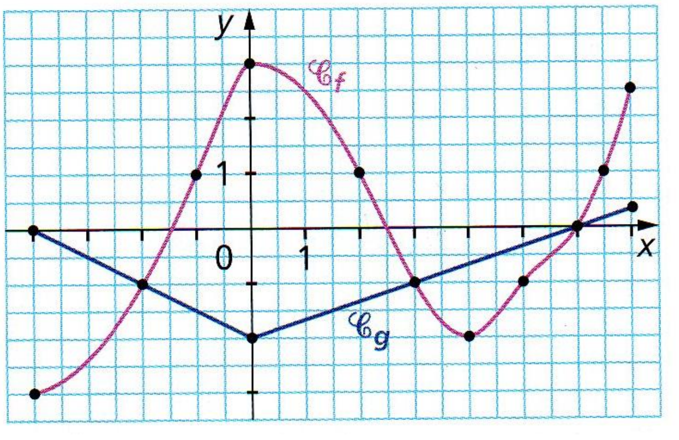
Définition

Si $\begin{cases} f : E \longrightarrow \mathbb{R} \\ E \subseteq \mathbb{R} \\ a \in \mathbb{R} \end{cases}$ alors :

- f est **majorée** par a ssi pour tout $x \in E, f(x) \leq a$;
- f est **minorée** par a ssi pour tout $x \in E, a \leq f(x)$;
- f majorée ssi elle est majorée par un nombre réel;
- f est minorée ssi elle est minorée par un nombre réel;
- f est **bornée** ssi elle est minorée et majorée ;

- f admet a comme maximum ssi $\begin{cases} f \text{ est majorée par } a \\ a \in \text{image}(f) \end{cases}$
- f admet a comme minimum ssi $\begin{cases} f \text{ est minorée par } a \\ a \in \text{image}(f) \end{cases}$

Exercice 5



On a $\mathcal{D}_f = \mathcal{D}_g = [-4; 7]$.

a) Que vaut le maximum de la fonction f ?
b) Que vaut le minimum de la fonction f ?
c) Est-ce que f est majorée ? Si oui, donner trois majorants.
d) Est-ce que f est minorée ? Si oui, donner trois minorants.
e) Est-ce que f est bornée ?

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1$.

a) Que vaut le maximum de la fonction f ?
b) Que vaut le minimum de la fonction f ?
c) Est-ce que f est majorée ? Si oui, donner trois majorants.
d) Est-ce que f est minorée ? Si oui, donner trois minorants.
e) Est-ce que f est bornée ?

Exercice 7 (facultatif)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$

a) Que vaut le maximum de la fonction f ?
b) Que vaut le minimum de la fonction f ?
c) Est-ce que f est majorée ? Si oui, donner trois majorants.
d) Est-ce que f est minorée ? Si oui, donner trois minorants.
e) Est-ce que f est bornée ?

Exercice 8 (facultatif)

Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x$

a) Que vaut le maximum de la fonction f ?
b) Que vaut le minimum de la fonction f ?
c) Est-ce que f est majorée ? Si oui, donner trois majorants.
d) Est-ce que f est minorée ? Si oui, donner trois minorants.
e) Est-ce que f est bornée ?

Exercice 9 (facultatif)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2$

a) Que vaut le maximum de la fonction f ?
b) Que vaut le minimum de la fonction f ?
c) Est-ce que f est majorée ? Si oui, donner trois majorants.
d) Est-ce que f est minorée ? Si oui, donner trois minorants.
e) Est-ce que f est bornée ?

Solutions :

5) 3; -3; oui, 3, 4, 10; oui, -3,-5,-100 ; oui
6) f n'a pas de maximum ; f n'a pas de minimum ; non ; non ; non
7) f n'a pas de maximum ; 0 ; non ; oui, 0, -10, -50 ; non
8) f n'a pas de maximum ; f n'a pas de minimum ; non ; oui, 0, -4, -9 ; non
9) 2; 2; oui, 2, 4, 10; oui, 2,0,-100 ; oui

4. Lecture graphique

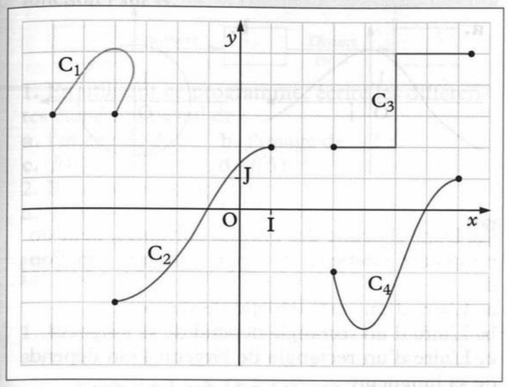
Les exercices proviennent du livre « Math’x Seconde, Didier, Mars 2005 ».

Exercice 10

1 Parmi les quatre courbes dessinées ci-dessous, quelles sont celles qui représentent une fonction ?

A Courbe C_1 B Courbe C_2

C Courbe C_3 D Courbe C_4

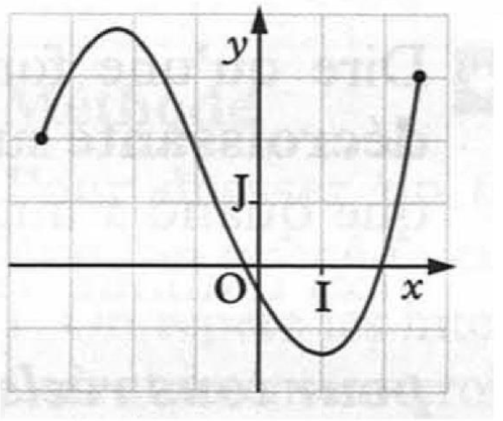


Lecture graphique d’images et d’antécédents

Exercice 2 Lire graphiquement une image

La courbe de la fonction f est représentée ci-contre.

Lire graphiquement l’image de $-1,5$.



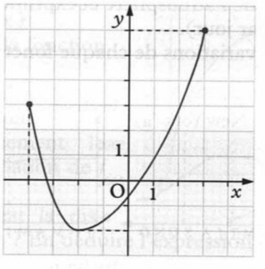
Exercice 3 Lire graphiquement des antécédents

La courbe de la fonction f est celle de l’exercice 2 ci-dessus.

Déterminer graphiquement les antécédents de 2.

Sens de variation et courbes

33 La fonction f est représentée ci-dessous.

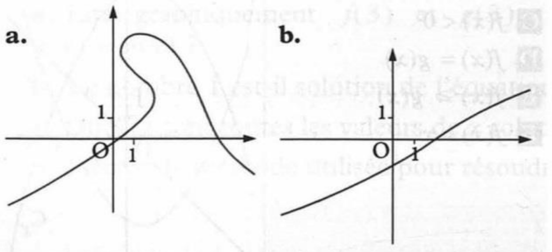


1. Décrire le sens de variation de f.

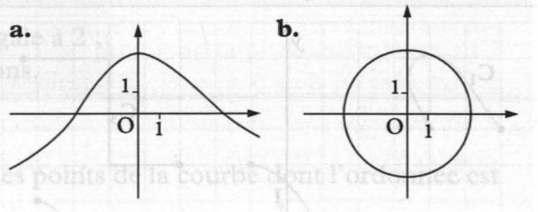
2. Dresser son tableau de variation.

Exercice 11 à faire seul

2 Parmi les courbes ci-dessous, lesquelles sont des courbes représentatives de fonctions ?

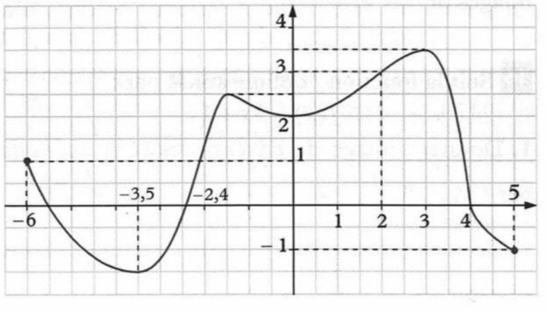


3 Même exercice que le n° 2 avec :



Lecture graphique d'images et d'antécédents

20 On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction définie sur $[-6\ ;\ 5]$.

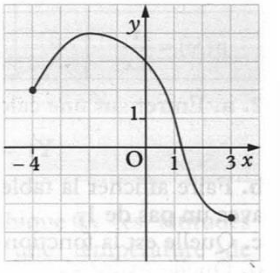


Déterminer graphiquement les images de :
$-6\ ;\ -3{,}5\ ;\ 0\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 5$.

21 La fonction f est celle de l'exercice n° 20.
Déterminer graphiquement, s'ils existent, le ou les antécédents de $0\ ;\ -1{,}5\ ;\ 1\ ;\ 3{,}5\ ;\ 4$.

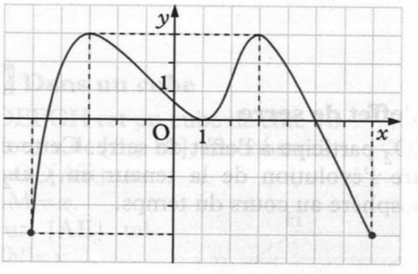
22 La fonction g définie sur $[-4\ ;\ 3]$ est représentée ci-contre.
Recopier et compléter le tableau de valeurs :

x	-4	-2	0	2
$f(x)$				



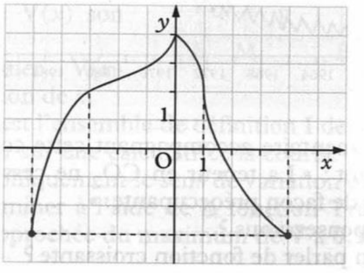
Sens de variation et courbes

34 La fonction f est représentée ci-dessous.



1. Décrire le sens de variation de f.
2. Dresser son tableau de variation.

35 Dresser le tableau de variation de la fonction représentée par la courbe ci-dessous :



Solutions de l’exercice 10

1) C_2 C_4
2) $f(-1{,}5) = 3$
3) $-3{,}5;\ -1; 2{,}3$
33) f est strictement décroissante sur $[-4; -2]$; f est strictement croissante sur $[-2; 3]$

x	-4		-2		3
$f(x)$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6

Solutions de l’exercice 11

2)b
3)a
20) $f(-6) = 1$; $f(-3{,}5) = -1{,}5$; $f(0) = 2$; $f(2) = 3$; $f(3) = 3{,}5$; $f(5) = -1$
21) Les antécédents de 0 sont $-5{,}5$; $-2{,}4$; 4.
L’antécédent de $-1{,}5$ est $-3{,}5$.
Les antécédents de 1 sont -6 ; $-2{,}2$; 3,8.
L’antécédent de 3,5 est 3.
4 n’a pas d’antécédent.
22) $f(-4) = 2$, $f(-2) = 4$, $f(0) = 3$, $f(2) = -2$
34) 1. f est strictement croissante sur $[-5; -3]$; f est strictement décroissante sur $[-3; 1]$; f est strictement croissante sur $[1; 3]$; f est strictement décroissante sur $[3; 7]$.

x	-5		-3		1		3		7
$f(x)$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4

35)

x	-5		0		4
$f(x)$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3

5. Fonction affine $y \mapsto ax + b$

Exercice 12 à faire avec le professeur

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$ d'unité graphique 1 cm. Tracer la courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Donner le coefficient directeur de la droite $(\mathcal{C}_f)$. Dresser le tableau de signe de la fonction f.

1) $f(x) = 2x + 3$
2) $f(x) = -5x$
3) $f(x) = -2$
4) $f(x) = 3$

Exercice 13 « Coefficient directeur»

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ où m et p sont des réels quelconques.
   a) Prouver la propriété suivante : « Quand on avance d'une unité, on monte de m unités ».
   b) Dessiner un schéma représentant la droite d'équation $y = mx + p$ quand
      - $m > 0$
      - $m = 0$
      - $m < 0$.
2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = c$ où c est un réel quelconque.
   Dessiner un schéma représentant la droite d'équation $x = c$.

Exercice 14 à faire seul pour préparer l'interrogation

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$ d'unité graphique 1 cm. Tracer la courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Donner le coefficient directeur de la droite $(\mathcal{C}_f)$. Dresser le tableau de signe de la fonction f.

1) $f(x) = 3x$
2) $f(x) = 4$
3) $f(x) = -3$
4) $f(x) = -2x + 4$

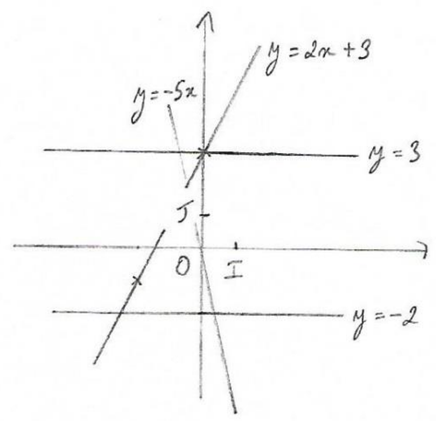
Exercice 15 « Intersection avec les axes »

Le plan est muni d'un repère $(O; I, J)$. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ où m et p sont deux réels quelconques.

1) Prouver que les coordonnées du point d'intersection de la droite $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses sont $\left(\frac{-p}{m}; 0\right)$.
2) Prouver que les coordonnées du point d'intersection de la droite $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des ordonnées sont $(0; p)$.

Solutions

Exercice 12 à faire avec le professeur



① $f(x) = 2x+3$

$m = 2$

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

② $f(x) = -5x$

$m = -5$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

③ $f(x) = -2$

$m = 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	

④ $f(x) = 3$

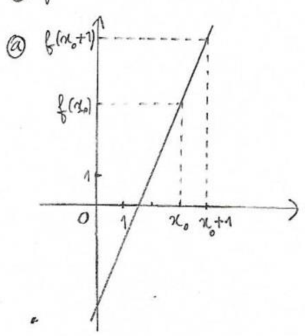
$m = 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	

Exercice 13 « Coefficient directeur»

① $f(x) = mx + p$

ⓐ

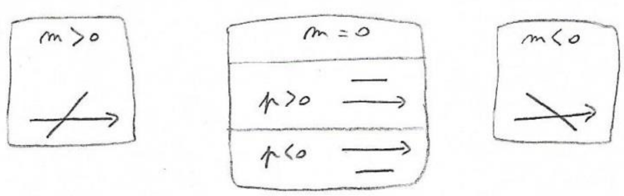


Pour tout $x_0 \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(x_0+1) - f(x_0) &= m(x_0+1) + p - (mx_0 + p) \\ &= mx_0 + m + p - mx_0 - p \\ &= m. \end{aligned}$$

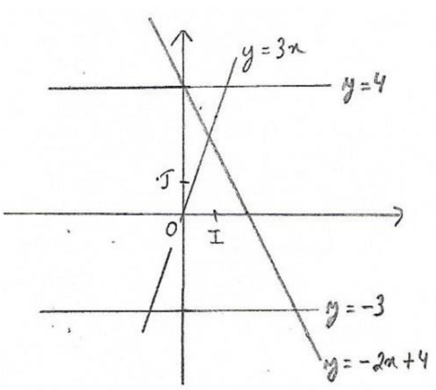
Conclusion : "Quand on avance d'une unité, on monte de m unités".

ⓑ



② $f(x) = c$

Exercice 14 à faire seul pour préparer l'interrogation



① $f(x) = 3x$

$m = 3$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$

② $f(x) = 4$

$m = 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$+$	

③ $f(x) = -3$

$m = 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$-$	

④ $f(x) = -2x+4$

$m = -2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$+$	0	$-$

Exercice 15 « Intersection avec les axes »

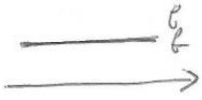
1) $mx + p = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-p}{m}$; Les coordonnées sont $\left(\frac{-p}{m}; 0\right)$.
2) $f(0) = p$; Les coordonnées sont $(0; p)$.

Exercice 16

Les fonctions affines

Associer chaque fonction à sa courbe, et chaque courbe à son tableau des signes.

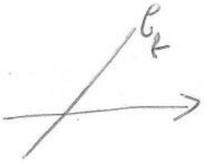
ⓐ $f(x) = 2x - 1$

① 

(α)

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

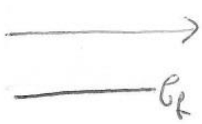
ⓑ $f(x) = -2x - 1$

② 

(β)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	

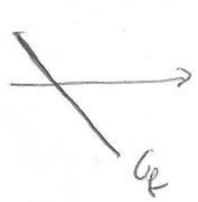
ⓒ $f(x) = 2$

③ 

(γ)

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$+$	

ⓓ $f(x) = -2$

④ 

(δ)

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

Solution :

a		
b		
c		
d		

6. La valeur absolue

Définition

$$|x| = \begin{cases} x & si \quad x > 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \\ -x & si \quad x < 0 \end{cases}$$

Exercice 17

Simplifier.

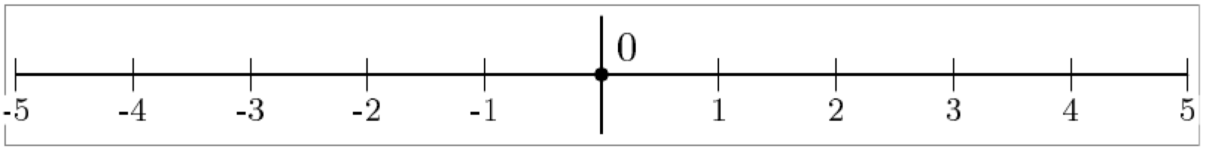
a) $|4|$
b) $|0|$
c) $|-4|$

Définition

$La\ distance\ entre\ x\ et\ y = |x - y|$

Exercice 18

Simplifier.



a) $|2 - 5|$
b) $|2 + 5|$
c) $|(-2) + 5|$
d) $|(-2) - (-5)|$
e) $|5|$
f) $|0|$
g) $|-5|$

Propriétés

- $|x-y| = |y-x|$
  - Exemple : $|4-3| =$
    $|3-4| =$

- $|x\,y| = |x||y|$
  - Exemple : $|(-4)(5)| =$
    $|-4||5| =$

- $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$
  - Exemple : $\left|\frac{-4}{5}\right| =$
    $\frac{|-4|}{|5|} =$

- $|-x| = |x|$
  - Exemple : $|-7| =$
    $|7| =$

- $|x| = \sqrt{x^2}$
  - Exemple : $|-7| =$
    $\sqrt{(-7)^2} =$

- $|x| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$

- Si $r < 0$ alors $|x| = r$ n'a pas de solution.
  - Exemple : Résolvons $|x| = -4$.

- Si $r > 0$ alors $|x| = r \quad \Leftrightarrow \quad x = r \;\; ou \;\; x = -r$
  - Exemple : Résolvons $|x| = 4$.

- $|x| = |y| \quad \Leftrightarrow \quad x = y \;\; ou \;\; x = -y$
  - Exemple : Résolvons $|x+1| = |2x|$.

- Si $r > 0$ alors $\quad |x| < r \iff -r < x < r$

$$|x| \leq r \iff -r \leq x \leq r$$

$$|x| > r \iff x < -r \ ou \ r < x$$

$$|x| \geq r \iff x \leq -r \ ou \ r \leq x$$

- ➢ Exemples : Résolvons $|x| < 2$.

Résolvons $|x| \leq 2$.

Résolvons $|x| > 2$.

Résolvons $|x| \geq 2$.

Exercice 19

Calculez la distance entre les réels :

a) 5 et $6{,}1$
b) $\frac{-25}{12}$ et $\frac{7}{4}$
c) -8 et $-4{,}1$
d) $-0{,}2$ et $0{,}2$

Exercice 20

Résolvez dans $\mathbb{R}$ les équations proposées.

a) $|x| = 4$
b) $|x| + \frac{3}{4} = 0$
c) $|x - 1| = 0$
d) $|x + 2| = \frac{4}{3}$
e) $|3 - x| = \frac{5}{7}$

Exercice 21 à faire seul

Résolvez dans $\mathbb{R}$ les équations proposées.

a) $|x + 3| = 4$
b) $|5 + x| = 3$
c) $|2 + x| = 0$
d) $|x| + 5 = 1$

Exercice 22

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $|2x - 3| = |-4x + 5|$

Exercice 23 à faire seul

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $|-x + 4| = |3x - 2|$
b) $|2x + 4| = |6 - 3x|$.

Exercice 24

Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation proposé et représentez l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

a) $|x| \leq 3$
b) $|x| > 2$
c) $|x - 1| < \frac{4}{3}$
d) $|3 - x| \geq 5$

Exercice 25 à faire seul

Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation proposé et représentez l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

a) $|x + 7| > \frac{1}{2}$
b) $|-x + 2| \leq 3$

Solutions

19) a) 1,1 b) $\frac{23}{6}$ c) 3,9 d) 0,4

20) $S = \{-4; 4\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \{1\}$ d) $S = \left\{\frac{-2}{3}; \frac{-10}{3}\right\}$ é) $S = \left\{\frac{16}{7}; \frac{26}{7}\right\}$

21) a) $S = \{-7; 1\}$ b) $S = \{-8; -2\}$ c) $S = \{-2\}$ d) $S = \emptyset$

22) $S = \left\{\frac{4}{3}; 1\right\}$

23) $S = \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{2}{5}; 10\right\}$

24) $S = [-3; 3]$ b) $S =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$ c) $S = \left]\frac{-1}{3}; \frac{7}{3}\right[$ d) $S =]-\infty; -2] \cup [8; +\infty[$

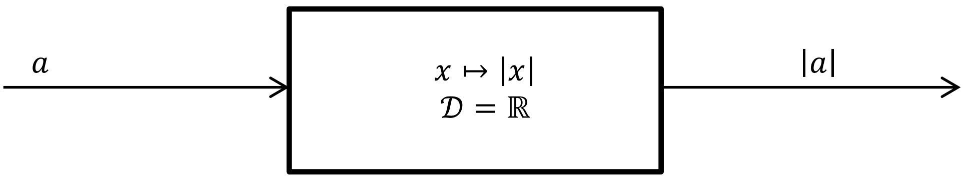
25) $S = \left]-\infty; \frac{-15}{2}\right[\cup \left]\frac{-13}{2}; +\infty\right[$b

7. Fonction valeur absolue

Définition

La fonction valeur absolue est la fonction qui associe à tout réel x le réel $|x|$.

On peut représenter la fonction valeur absolue comme ci-dessous :



Exercice 26 « Graphique de la fonction valeur absolue »

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$ d'unité graphique 1 cm.
Tracer dans le plan la fonction valeur absolue.

Exercice 27

Représentez graphiquement, dans un repère orthonormal, la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = \left|x + \frac{3}{2}\right|$
b) $f(x) = \left|\frac{x}{2}\right|$
c) $f(x) = |x - 1| - 1$
d) $f(x) = 2|x + 3|$

8. Résolution graphique

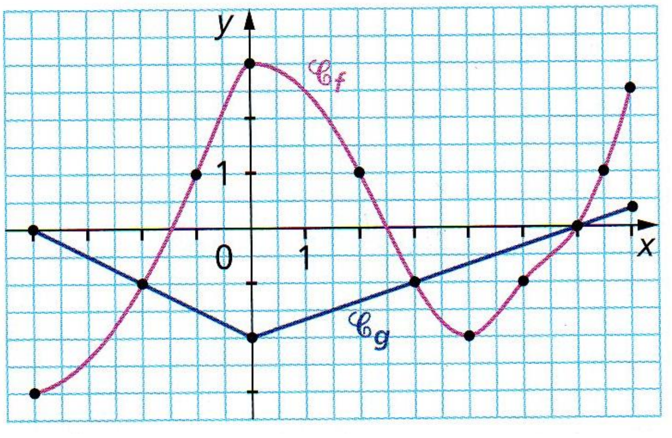
Remarque

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ avec la courbe $(\mathcal{C}_g)$.
Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ qui se situent **au-dessus ou au même niveau que** la courbe $(\mathcal{C}_g)$.
Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ qui se situent **au-dessus de** la courbe $(\mathcal{C}_g)$.
Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2x + 1$ sont les abscisses des points de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ qui se situent **en dessous ou au même niveau que** la droite d'équation $y = 2x + 1$.
Les solutions de l'inéquation $f(x) < x^2$ sont les abscisses des points de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ qui se situent **en dessous de** la courbe d'équation $y = x^2$.

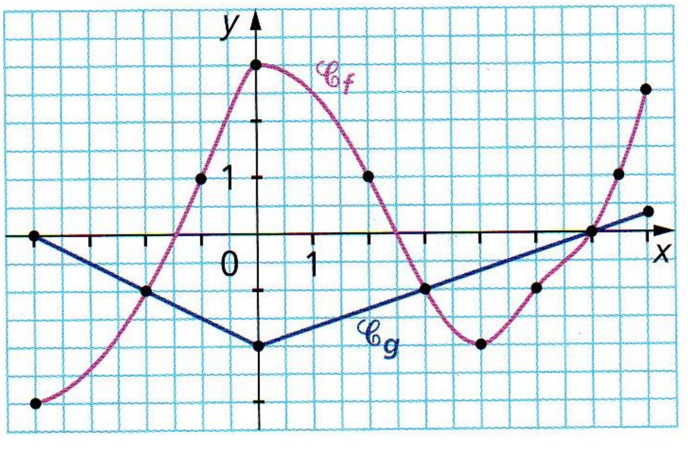
Exercice 28

On a $\mathcal{D}_f = \mathcal{D}_g = [-4; 7]$.

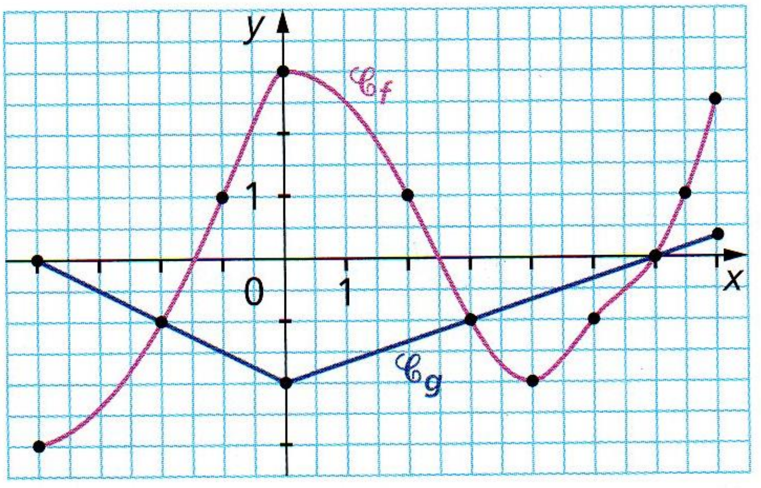
a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.



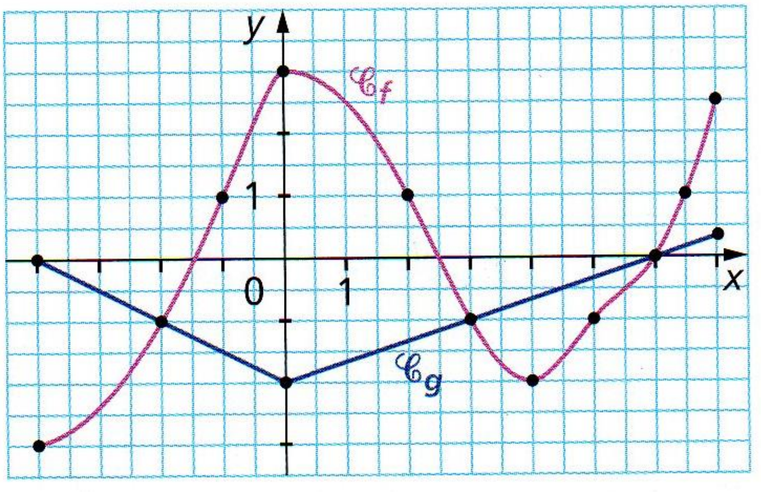
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.



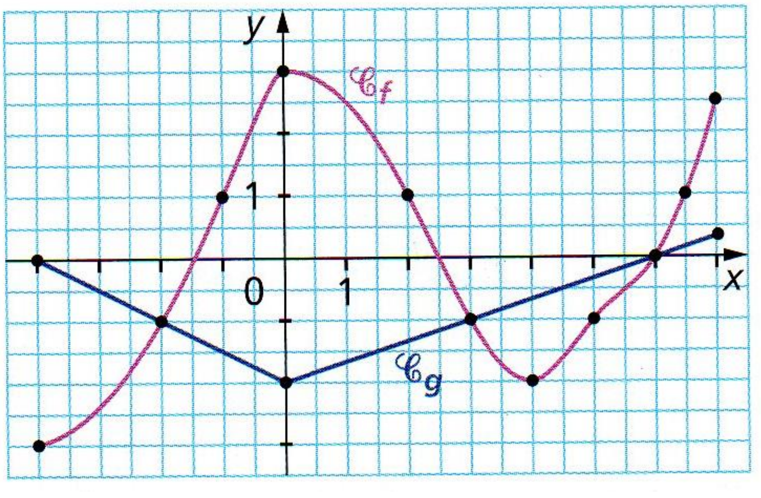
c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.



d) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.



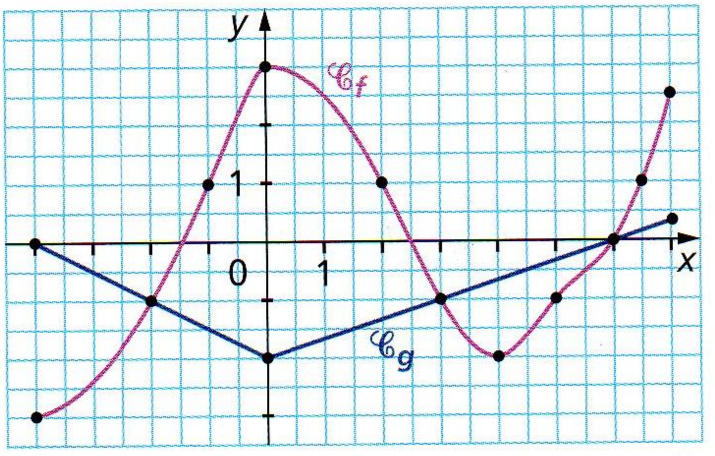
e) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$.



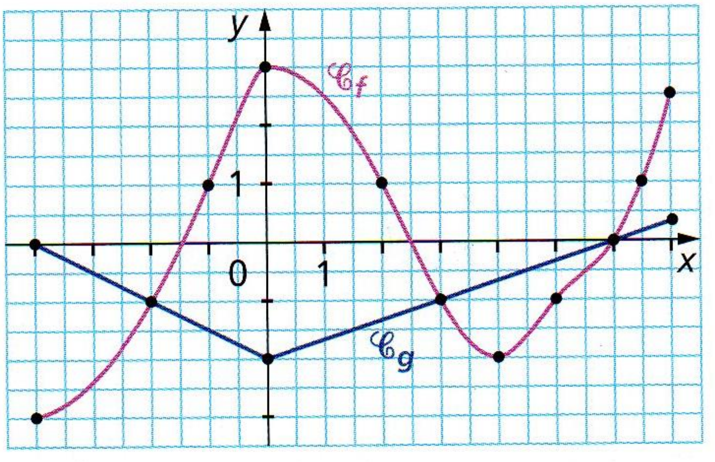
Exercice 29

On a $\mathcal{D}_f = \mathcal{D}_g = [-4; 7]$.

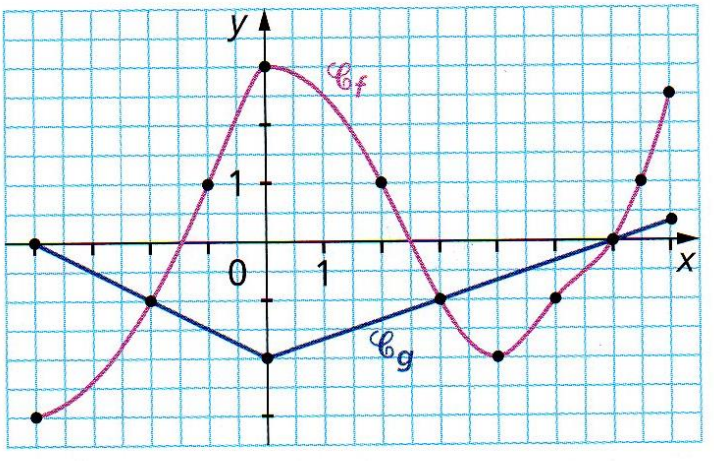
a) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 3{,}5$.



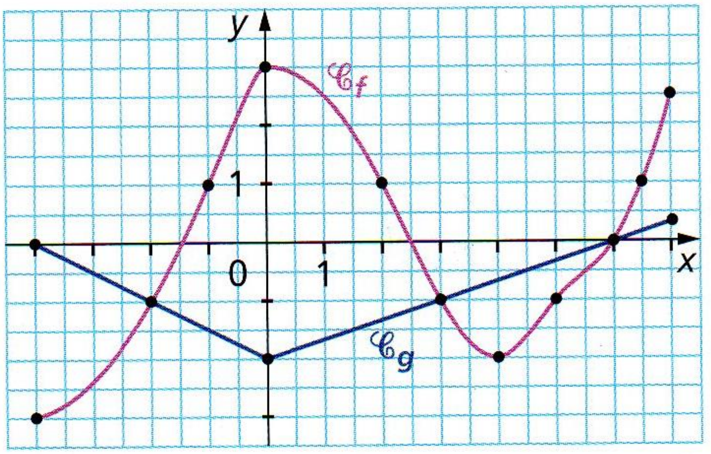
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 3{,}5$.



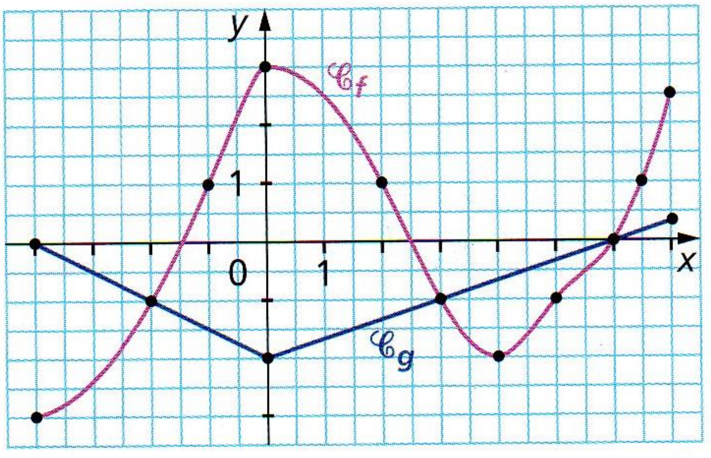
c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 2x - 3$.



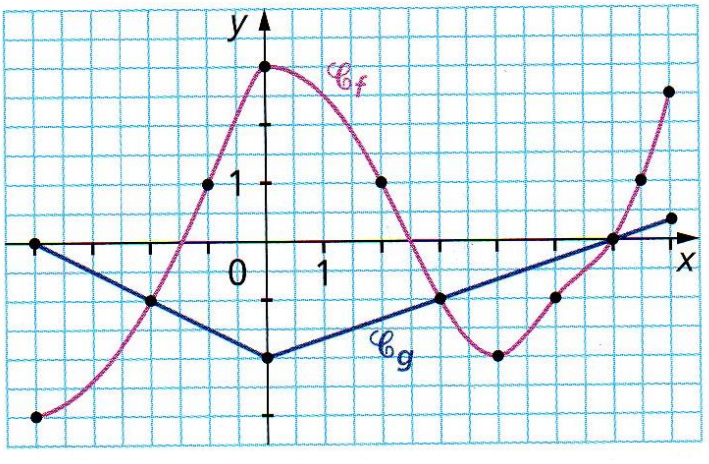
d) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2x - 1$.



e) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.



f) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 1$.



Solutions :

28 a)$\{-2; 3; 6\}$ b)$]-2; 3[\cup]6; 7]$ c)$[-2; 3] \cup [6; 7]$ d)$[-4; -2[\cup]3; 6[$ e) $[-4; -2] \cup [3; 6]$

29 a)$[-4; 7]$ b)$\emptyset$ c)$]2; 7]$ d) $\{-1\}$ e) $\{-1; 2; 6{,}5\}$ f) $[-1; 2] \cup [6{,}5; 7]$.

9. Résolution graphique avec des droites

Exercice 30

Soient f et g les fonctions affines définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-1}{3}x + 4$ et $g(x) = 2x - \frac{1}{2}$.

a) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$, les courbes représentatives des fonctions f et g, dans un repère orthonormal.
b) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.
c) Résoudre par calcul dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.
d) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > g(x)$.
e) Résoudre par calcul dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > g(x)$.

Exercice 31

Soient f et g les fonctions affines définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x + \frac{15}{2}$ et $g(x) = \frac{-3}{2}x - \frac{1}{2}$.

a) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$, les courbes représentatives des fonctions f et g, dans un repère orthonormal.
b) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.
c) Résoudre par calcul dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.
d) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
e) Résoudre par calcul dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

Solutions

30) b) $S = \{1{,}9\}$ c) $S = \left\{\frac{27}{14}\right\}$ d) $]-\infty; 1{,}9[$ e) $\left]-\infty; \frac{27}{14}\right[$

31) b) $S = \{-1{,}8\}$ c) $S = \left\{\frac{-16}{9}\right\}$ d) $[-1{,}8; +\infty[$ e) $\left[\frac{-16}{9}; +\infty\right[$

10.Fonctions avec des valeurs absolues

Exercice 32

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2|x+2| - |3-x| + 1$.

1. Calculer $f(-3)$ et $f(5)$.
2. Déterminer l'écriture de $f(x)$ sans valeur absolue.
3. Tracer (C_f), la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique *1 cm*.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, par calcul, l'inéquation $f(x) \leq -2$.
5. Vérifier graphiquement le résultat de la question 4. Justifier votre réponse.
6. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -x+2$. Justifier votre réponse.

Exercise 33

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 \cdot |x-2| - |4-x| - 3x + 5$.

1. Calculer $f(1)$ et $f\left(\frac{3}{2}\right)$.
2. a) Déterminer la fonction f sans symbole de valeur absolue.
   b) Tracer (C_f), courbe représentative de la fonction f, dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1 *cm*.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, par le calcul, l'équation $f(x) = -1$.
4. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leq -2$. Justifier.
5. Retrouver le résultat de la question 4 par le calcul.

Solutions

32) 1. $f(-3) = -3; f(5) = 13$ 2. $f(x) = \begin{cases} -x-6 & si\ x \leq -2 \\ 3x+2 & si\ -2 < x \leq 3 \\ x+8 & si\ 3 < x \end{cases}$ 4. $S = \left[-4; \frac{-4}{3}\right]$ 5. $S = [-4; -1{,}3]$

6. $S = \{0\}$

33) 1. $f(1) = 2; f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{-1}{2}$ 2. $f(x) = \begin{cases} -5x+7 & si\ x < 2 \\ x-5 & si\ 2 \leq x \leq 4 \\ -x+3 & si\ 4 < x \end{cases}$ 3. $S = \{1{,}6; 4\}$ 4. $S = [1{,}8; 3] \cup [5; +\infty[$

5. $S = \left[\frac{9}{5}; 3\right] \cup [5; +\infty[$